



## LEHRPLAN DER GYMNASIALSTUDIEN

## STUDIENBEREICH MATHEMATIK MATHEMATIK

Aktualisierter Rahmenlehrplan, EDK 2016  
Inkrafttreten für das Schuljahr 2021/22  
Ausgabe November 2020

### 1. Stundendotation pro Woche

Stufen	1	2	3	4
Grundlagenfach Mathematik I	4	4	4	4
Grundlagenfach Mathematik II		5	5	5

Nach dem ersten Jahr hat jede Schülerin und jeder Schüler die Wahl zwischen den Grundlagenfächern Mathematik I und Mathematik II. Mathematik II will interessierten Schülerinnen und Schülern eine vertiefte Vorbereitung für ein Studium in einem Fach bieten, in dem Mathematik eine wichtige Rolle spielt (Natur-, Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften). Die Schülerinnen und Schüler mit dem Schwerpunkt 'Physik/Angewandte Mathematik' müssen das Grundlagenfach Mathematik II besuchen.

### 2. Bildungsziele

Als Beitrag zur Allgemeinbildung schult der Mathematikunterricht das exakte Denken, das folgerichtige Schliessen und Deduzieren, einen präzisen Sprachgebrauch und den Sinn für die Ästhetik mathematischer Strukturen, Modelle und Prozesse. Er fördert das Vertrauen in das eigene Denken und bietet mit modularen Problemlösungsstrategien mannigfaltige Chancen, Einzelleistungen im Rahmen von Gruppenarbeiten zu integrieren.

Der Mathematikunterricht bereitet die allgemeinen Grundlagen, Fertigkeiten und Haltungen für die akademischen Berufe vor, in denen Mathematik eine Rolle spielt. Er fördert das Interesse und das Verständnis für die Berufe aus Naturwissenschaft und Technik, in denen mathematische Denkweisen und Werkzeuge eingesetzt werden.

### 3. Richtziele

#### 3.1. Grundkenntnisse

- Der Mathematik positiv begegnen, ihre Stärken und Grenzen kennen
- Offen sein für spielerische und ästhetische Komponente mathematischen Tuns
- Selbständig, sowohl allein als auch in der Gruppe, arbeiten
- Technische Hilfsmittel sinnvoll einsetzen
- Offen sein für Verbindungen zu anderen Fachbereichen, in denen mathematische Begriffsbildungen und Methoden nützlich sind

**3.2. Grundfertigkeiten**

- Mathematische Objekte und Beziehungen erkennen, einordnen und auswerten
- In der Schule behandelte oder selbst erarbeitete mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich korrekt darstellen
- Probleme erfassen und mathematisieren, einfache mathematische Modelle beurteilen und entwickeln, Möglichkeiten und Grenzen der Modelle erkennen
- Mathematische Modelle in Anwendungsgebieten (Physik, Chemie, Biologie, Wirtschaftswissenschaften, ... ) nutzen und beurteilen
- Elementare Beweismethoden kennen
- Sich geometrische Situationen vorstellen können
- Mit der Arbeitsmethode der modularen Problemlösung vertraut sein
- Die Fach- und Formelsprache und die wichtigsten Rechentechniken beherrschen
- Fachliteratur und Hilfsmittel (insbesondere informationstechnische) zweckmässig anwenden

**3.3. Grundhaltungen**

- Mathematische Grundbegriffe, Regeln und Arbeitsmethoden kennen:
  - in der Arithmetik: die Rechenregeln und ihre Schreibweisen
  - in der Algebra: die Buchstabenrechnung und die Gleichungslehre
  - in der Analysis: die Differential- und Integralrechnung
  - in der Geometrie: die elementare Geometrie, die analytische und vektorielle Geometrie, die Trigonometrie
  - in der Stochastik: die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
- Heuristische, induktive und deduktive Methoden kennen
- Die wichtigsten Etappen der geschichtlichen Entwicklung der Mathematik und ihre heutige Bedeutung kennen

## Grobziele – Lerninhalte – Querverweise

## 4.1. Mathematik: Grundlagenfach Mathematik

Grobziele	Lerninhalte	Querverweise
<b>1. Jahr</b> <b>Vektorgeometrie I</b> - Den Vektor als mathematische Darstellung gerichteter Grössen erkennen und die Grundlagen der Vektorrechnung kennen und anwenden  <b>Geometrie und Algebra</b> - Sekundarschulstoff festigen und ergänzen  <b>Funktionen- u. Gleichungslehre I</b> - Einfache Beziehungen zwischen zwei Grössen erkennen, darstellen und interpretieren	- Vektorbegriff - Grundoperationen - Zerlegung von Vektoren  - Geometrie: Planimetrie, Stereometrie, Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck - Algebra: allg. Rechnen, lineare Gleichungen und Ungleichungen  - Begriff der Funktion - Lineare Funktionen, Gleichungssysteme - Quadratische Funktionen, Gleichungen und Ungleichungen - Potenzrechnung, Potenzgleichungen Polynome, Faktorisierung	- Geometrie Translationen, Streckungen - Physik Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung  - Zeichnen: geom. Körper - Physik: Dichte - Natur- und Wirtschaftswissenschaften: Grundlegende rechnerische Hilfsmittel  - Natur- und Sozialwissenschaften Funktionen als mathematische Modelle (Proportionalität, Weg Zeit-Diagramme, usw.)-

## 4.2. Mathematik: Grundlagenfach Mathematik I (2. - 4. Jahr)

Grobziele	Lerninhalte	Querverweise
<b>2. Jahr</b> <b>Funktionen- u. Gleichungslehre II</b> - Weitere Beziehungen zwischen zwei Grössen erkennen, darstellen und interpretieren  <b>Vektorgeometrie II</b> - die Grundlagen der Vektorrechnung kennen und anwenden - die Vektorrechnung auf geometrische Probleme anwenden  <b>Stochastik I</b> - Statistiken kritisch lesen und einfache Statistiken erstellen	- Der Begriff der Umkehrfunktion - Die Winkelfunktionen am Einheitskreis, Sinus- und Kosinussatz, einfache goniometrische Gleichungen - Potenzfunktionen - Exponential- und Logarithmusfunktion, Einfache Logarithmen- und Exponentialgleichungen - Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen  - Skalarprodukt, - Geradengleichung  - Beschreibende Statistik	- Landvermessungen - Astronomie - Natur- und Sozialwissenschaften Funktionen als mathematische Modelle (Harmonische Schwingungen, Wachstum und Zerfall, usw.) - Musik Intervalle - Finanzmathematik  - Geometrie: Winkel, Längen, Flächen, Ebene, Kreis, Kugel - Physik: Arbeit  - Alle Wissensgebiete: Lesen und Erstellen von Statistiken

<p><b>3. Jahr</b> <b>Vektorgeometrie II</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Vektorrechnung vertiefen und auf geometrische Probleme anwenden</li> </ul> <p><b>Analysis I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Bedeutung der Differentialrechnung in den Naturwissenschaften, der Technik und den Wirtschaftswissenschaften erfahren und die Grundverfahren der Differentialrechnung kennen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Skalar-, Vektor- und Spatprodukt</li> <li>- Geometrische Anwendungen</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Begriff des Grenzwerts,</li> <li>- Definition der Ableitung</li> <li>- Tangentensteigung, Änderungsrate</li> <li>- Ableitung von Potenzfunktionen u. trigonometrischen Funktionen</li> <li>- Ableitungsregeln</li> <li>- Exemplarische Behandlung von Kurvendiskussionen</li> <li>- Optimierungsaufgaben</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Geometrie Winkel, Längen, Flächen, Ebene, Gerade, Kreis, Kugel</li> <li>- Physik Arbeit, Drehmoment, Lorentzkraft</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Naturwissenschaften div. Änderungsraten wie Geschwindigkeit, Beschleunigung, usw.</li> <li>- Wirtschaftswissenschaften Grenzkosten, Elastizität, usw.</li> <li>- Wirtschaftswissenschaften, Geometrie und Technik Optimierungsprobleme</li> <li>- Geometrie: <i>Kegelschnitt</i></li> </ul>
<p><b>4. Jahr</b> <b>Analysis II</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Weitere Verfahren der Differentialrechnung kennen u. anwenden.</li> <li>- Die Bedeutung der Integralrechnung in den Naturwissenschaften und der Technik erkennen und die Grundverfahren der Integralrechnung kennen und anwenden</li> </ul> <p><b>Stochastik II</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Einfache Verfahren zur Untersuchung zufallsabhängiger Ereignisse kennen und anwenden</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ableitung von Exponential- und Logarithmusfunktionen</li> <li>- Definition des Integrals</li> <li>- Fläche, Mass für die Gesamtänderung</li> <li>- Stammfunktion</li> <li>- Hauptsatz</li> <li>- Anwendungen</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kombinatorik</li> <li>- Begriff der Wahrscheinlichkeit, Baumdiagramme, Summen- und Produktsatz</li> <li>- Diskrete Zufallsvariable, Erwartungswert</li> <li>- Binomialverteilung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Naturwissenschaften: exponentielles und logistisches Wachstum</li> <li>- diverse Gesamtänderungen wie Arbeit, Trägheitsmoment, usw.</li> <li>- Wahrscheinlichkeitsrechnung Dichtefunktionen</li> <li>- Geometrie Volumen von Rotationskörpern, Bogenlängen, usw.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wirtschaftswissenschaften Qualitätskontrolle, Entscheidungstheorie</li> <li>- Biologie : Genetik</li> <li>- Physik : Wärmelehre</li> <li>- Technik : Zuverlässigkeit</li> </ul>

## 4.3. Mathematik: Grundlagenfach Mathematik II (2. - 4. Jahr)

Grobziele	Lerninhalte	Querverweise
<p><b>2. Jahr</b></p> <p><b>Funktionen- u. Gleichungslehre II</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Weitere Beziehungen zwischen zwei Grössen erkennen, darstellen und interpretieren</li> </ul> <p><b>Vektorgeometrie II</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- die Grundlagen der Vektorrechnung kennen und anwenden</li> <li>- die Vektorrechnung auf geometrische Probleme anwenden</li> </ul> <p><b>Analysis I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Bedeutung der Differentialrechnung in den Naturwissenschaften, der Technik und den Wirtschaftswissenschaften erfahren und die Grundverfahren der Differentialrechnung kennen und anwenden</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Begriff der Umkehrfunktion</li> <li>- Die Winkelfunktionen am Einheitskreis, Sinus- und Kosinussatz, Additionstheoreme, einfache goniometrische Gleichungen</li> <li>- Potenzfunktionen</li> <li>- Exponential- u. Logarithmusfunktion, Exponentialgleichungen</li> <li>- Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Skalarprodukt,</li> <li>- Geradengleichung</li> <li>- Geometrische Anwendungen</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Begriff des Grenzwerts, Stetigkeit</li> <li>- Definition der Ableitung</li> <li>- Tangentensteigung, Änderungsrate</li> <li>- Ableitung von <math>x^p</math> (<math>p \in \mathbf{Z}</math>)</li> <li>- Ableitungsregeln: Faktor-, Summen- und Produktregel</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Landvermessungen</li> <li>- Astronomie</li> <li>- Natur- und Sozialwissenschaften</li> <li>- Funktionen als mathematische Modelle (harmonische Schwingungen, Wachstum und Zerfall, usw.)</li> <li>- Musik: Intervalle</li> <li>- Finanzmathematik</li> <li>- Induktionsbeweis</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Geometrie: Winkel, Längen, Flächen, Ebene, Kreis, Kugel</li> <li>- Physik: Arbeit</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Naturwissenschaften</li> <li>- diverse Änderungsraten wie Geschwindigkeit, Beschleunigung, usw.</li> <li>- Wirtschaftswissenschaften: Grenzkosten, Elastizität, usw.</li> </ul>
<p><b>3. Jahr</b></p> <p><b>Stochastik I *</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Statistiken kritisch lesen und einfache Statistiken erstellen</li> <li>- Einfache Verfahren zur Untersuchung zufallsabhängiger Ereignisse kennen und anwenden</li> </ul> <p><b>Analysis II</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Weitere Verfahren der Differentialrechnung kennen und anwenden (vgl. auch Analysis I)</li> <li>- Die Bedeutung der Integralrechnung in den Naturwissenschaften und der Technik erkennen und die Grundverfahren der Integralrechnung kennen und anwenden</li> </ul> <p><b>Vektorgeometrie III</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln und die Vektor-</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Beschreibende Statistik, lineare Regression und Korrelation</li> <li>- Kombinatorik</li> <li>- Begriff der Wahrscheinlichkeit, Baumdiagramme, Summen- und Produktsatz</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ableitung von Potenzfunktionen, trigonometrischen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen</li> <li>- Ableitungsregeln: Quotienten- und Kettenregel</li> <li>- Exemplarische Behandlung von Kurvendiskussionen</li> <li>- Optimierungsaufgaben</li> <li>- Definition des Integrals</li> <li>- Fläche, Mass f. Gesamtänderung</li> <li>- Stammfunktion u. Hauptsatz</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Skalar-, Vektor- und Spatprodukt</li> <li>- Ebenengleichung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alle Wissensgebiete</li> <li>- Lesen und Erstellen von Statistiken</li> <li>- Biologie</li> <li>- Mendel'sche Gesetze</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- (vgl. auch Analysis I)</li> <li>- Naturwissenschaften</li> <li>- exponentielles und logistisches Wachstum</li> <li>- Geometrie</li> <li>- Kegelschnitte</li> <li>- Wirtschaftswissenschaften, Geometrie und Technik</li> <li>- Optimierungsprobleme</li> <li>- Naturwissenschaften</li> <li>- diverse Gesamtänderungen wie Arbeit, Trägheitsmoment, usw.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Geometrie: Winkel, Längen, Flächen, Volumen, Kreis, Kugel,</li> </ul>

rechnung auf geometrische Probleme anwenden	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gegenseitige Lage und Schnitt von Ebenen und Geraden</li> <li>- Winkel- und Abstandsprobleme</li> </ul>	usw. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Physik: Arbeit, Drehmoment, Lorentzkraft, usw.</li> <li>- Informatik: Computergraphik, CAD</li> </ul>
---	--	--

\* Die beschreibende Statistik ist in Hinblick auf die Maturaarbeit und die praktischen Arbeiten in Physik im 1. Semester zu behandeln.

<b>4. Jahr</b> <b>Analysis III</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Rechenverfahren der Analysis festigen und auf weitere Gebiete anwenden</li> </ul> <b>Stochastik II</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Weitere Verfahren zur Untersuchung zufallsabhängiger Ereignisse kennen und anwenden</li> <li>- Tests kritisch beurteilen und einfache Tests durchführen</li> </ul> <b>Lineare Algebra</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Den Vektorbegriff verallgemeinern, die Strukturbildung in der Mathematik erkennen und die Grundlagen der linearen Algebra kennen und anwenden</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Integrationsverfahren: einfache Substitutionen und partielle Integration</li> <li>- Anwendungen</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz, Binomial- und Normalverteilung</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Begriff des Vektorraums</li> <li>- Basis und Dimension</li> <li>- Lineare Abbildungen</li> <li>- Matrizenrechnung</li> <li>- Gleichungssysteme</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- (vgl. auch Analysis I und II)</li> <li>- Wahrscheinlichkeitsrechnung</li> <li>- Dichtefunktionen</li> <li>- Geometrie</li> <li>- Volumen von Rotationskörpern, Bogenlängen, Oberflächen</li> <li>- Physik: Schwerpunkt</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wirtschaftswissenschaften</li> <li>- Qualitätskontrolle</li> <li>- Entscheidungstheorie</li> <li>- Biologie: Genetik</li> <li>- Physik: Wärmelehre</li> <li>- Technik: Zuverlässigkeit</li> <li>- Elementare Hypothesentests</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Komplexe Zahlen</li> <li>- Natur- und Wirtschaftswissenschaften</li> <li>- Diverse Anwendungen</li> </ul>
---	---	--

## 4. Methodisch-didaktische Hinweise

### 5.1. Allgemeines

Das Grundlagenfach Mathematik will eine Grundbildung in Mathematik vermitteln. Im Zentrum des Faches stehen die Allgemeinbildung (exaktes Denken, folgerichtiges Schließen und Deduzieren, ein präziser Sprachgebrauch) und das Verständnis mathematischer Begriffe und Theorien. Wann immer möglich sind Anwendungen der Mathematik exemplarisch aufzuzeigen. Dabei können die Querverweise nützlich sein.

Die mathematische Strenge bei der Einführung neuer Begriffe und beim Beweisen von Aussagen soll sich der jeweiligen Stufe und dem gewählten Mathematikniveau anpassen. Insbesondere soll in Mathematik II ein höheres Abstraktionsniveau erreicht werden als in Mathematik I.

Gewisse Richtziele wie 'Die wichtigsten Etappen der geschichtlichen Entwicklung der Mathematik und ihre heutige Bedeutung kennen', 'Heuristische, induktive und deduktive Methoden kennen', 'Elementare Beweismethoden kennen', usw. können nicht einem Schuljahr zugeordnet werden. Sie sollen im Unterricht an geeigneten Stellen behandelt werden.

Die Aufzählung der Lerninhalte innerhalb eines Jahres ist nicht chronologisch zu verstehen.

**5.2. Informationstechnische Hilfsmittel**

Um den Mathematikunterricht vom reinen 'Calculus' zu entlasten und um Zeit für das Verständnis und die Anwendungen zu gewinnen, soll der Einsatz geeigneter Taschenrechner und Computersoftware (Tabellenkalkulation, Computeralgebra-system, usw.) gefördert werden.

**5. Möglichkeiten des fächerübergreifenden Unterrichts**

Die Mathematik liefert eine formale Sprache zur Beschreibung naturwissenschaftlicher Modelle, zur Erfassung technischer Prozesse und zunehmend auch für wirtschafts-, human- und sozialwissenschaftliche Methodologien.

In diesem Sinn ist Mathematik zum Einsatz im fächerübergreifenden Unterricht besonders gut geeignet.

# Compétences basales 1<sup>ère</sup> année / Basale Kompetenzen 1.Jahr

## Algèbre

Cette partie passe en revue les compétences basales liées aux ensembles, à l'arithmétique, au calcul littéral et enfin aux équations. Il est important de relever les points suivants :

- Les compétences de cette partie sont à maîtriser sans l'utilisation de la calculatrice car une bonne stratégie doit permettre d'éviter des calculs laborieux.
- Dans cette section, il a été délibérément choisi de se limiter à une seule variable (pas forcément symbolisée par  $x$ ) dans la formulation des compétences liées au calcul littéral et dans leurs illustrations. Les cas faisant intervenir plusieurs variables interviennent principalement dans le traitement d'équations et sont explicités dans les compétences basales traitant ces dernières.
- La résolution d'équations avec une méthode imposée n'est pas considérée comme une compétence basale.

### Compétence 1

Définir et représenter à l'aide d'un diagramme de VENN les ensembles  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R}$  et y placer des nombres donnés. Définir leurs principaux sous-ensembles  $\mathbb{N}^{(*)}$ ,  $\mathbb{Z}_{(\pm)}^{(*)}$ ,  $\mathbb{Q}_{(\pm)}^{(*)}$ ,  $\mathbb{R}_{(\pm)}^{(*)}$  et utiliser la notion d'inclusion  $\subset$  pour formaliser le lien entre ces ensembles.



**Exemples 1.1**

(a) Représenter à l'aide d'un diagramme de VENN les ensembles  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R}$  et y placer des nombres suivants.

(i)  $-3$       (ii)  $0$       (iii)  $\sqrt{2}$       (iv)  $-\frac{5}{2}$       (v)  $7\pi$       (vi)  $0.\bar{6}$

(b) Dire dans chaque cas où cela est possible quel ensemble est inclus dans quel ensemble. Ecrire la réponse en utilisant le symbole d'inclusion  $\subset$ .

(i)  $\mathbb{R}, \mathbb{Z}$       (ii)  $\mathbb{N}, \mathbb{Q}$       (iii)  $\mathbb{Z}^*, \mathbb{R}$

**Compétence 2**

Déterminer si un nombre donné sous forme décimale ou sous forme scientifique appartient aux principaux ensembles de nombres ( $\mathbb{N}^{(*)}$ ,  $\mathbb{Z}^{(*)}$ ,  $\mathbb{Q}^{(*)}$ ,  $\mathbb{R}_{(\pm)}^{(*)}$ ) ou à un intervalle donné.

**Exemples 2.1**

(a) Qualifier de "vraie" ou de "fausse" chacune des affirmations suivantes.

(i)  $-15 \in \mathbb{Z}$       (iii)  $8 \in \mathbb{Z}$       (v)  $\frac{178}{3} \in \mathbb{Q}_-^*$       (vii)  $9 \in \mathbb{Q}_+$   
(ii)  $0 \notin \mathbb{R}^*$       (iv)  $-15 \in \mathbb{Z}_-$       (vi)  $-\frac{49}{7} \in \mathbb{Q}_-^*$       (viii)  $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}_+$

(b) Déterminer si les nombres suivants appartiennent à l'intervalle  $I = [0.34; 0.35[$ .

(i)  $0.34$       (ii)  $0.3435$       (iii)  $0.35$

**Compétence 3**

Déterminer la réunion, l'intersection et la différence (en particulier le complémentaire dans  $\mathbb{R}$ ) de deux intervalles ou de deux principaux ensembles de nombres ( $\mathbb{N}^{(*)}$ ,  $\mathbb{Z}^{(*)}$ ,  $\mathbb{Q}^{(*)}$ ,  $\mathbb{R}_{(\pm)}^{(*)}$ ).

**Exemples 3.1**

Décrire comme un seul intervalle les ensembles suivants.

(a)  $[4; 13] \cup [7; 20]$       (d)  $[2; 7[\cap]1; 8]$       (g)  $[4; 12[\setminus[11; 13[$   
(b)  $[4; 13] \cap [7; 20]$       (e)  $[4; 12[\cap[12; 13[$       (h)  $] - \infty; 7[\cap] - 3; 8]$   
(c)  $[2; 7[\cup]1; 8]$       (f)  $[4; 12[\cup[12; +\infty[$       (i)  $\mathbb{R} \setminus ] - 6; +\infty[$

**Exemples 3.2**

(a) Compléter les affirmations suivantes avec le symbole d'appartenance  $\in$  ou le symbole de non-appartenance  $\notin$  :

(i)  $0 \in \mathbb{N}^*$       (v)  $0.27 \in \mathbb{Q}$   
(ii)  $\frac{\pi}{3} \in \mathbb{Q}$       (vi)  $0.\overline{27} \in \mathbb{Q}$   
(iii)  $-\frac{43}{4} \in \mathbb{R}_+^*$       (vii)  $\sqrt{6} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$   
(iv)  $2 \in \mathbb{R} \setminus \{2; 4\}$       (viii)  $0 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$

*Le nombre dont il faut tester l'appartenance est toujours écrit sous une forme "réduite". Il n'est jamais le résultat d'un calcul.*

(b) Écrire les ensembles suivants sous forme (de réunion) d'intervalle(s) :

(i)  $[-5; 5[ \setminus ] - 2; 7[$

(ii)  $[-5; 5[ \setminus ] - 2; 1[$

### Contre-exemples 3.3

(a) Écrire l'ensemble  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 6\}$  sous forme énumérative.

*Nous considérons que la notation par caractérisation n'est pas une compétence basale.*

(b) Déterminer si  $0.\overline{27}$  appartient à l'intervalle  $[\frac{23}{88}; \frac{7}{22}[$ .

*L'élève doit savoir que  $0.\overline{27}$  est un nombre rationnel mais l'algorithme permettant de transformer un code à virgule périodique en fraction n'est pas considéré comme une compétence basale. De plus, l'évaluation des fractions sans calculatrice n'est pas considéré comme une compétence basale.*

### Compétence 4

Additionner, soustraire, multiplier, diviser, élever à une puissance à exposant naturel et extraire la racine dans un calcul contenant jusqu'à 8 entiers et de sorte que toutes les étapes du calcul aient un résultat entier ne dépassant pas 100 en valeur absolue.

Derrière la compétence 4 se cache implicitement la maîtrise du calcul mental et des priorités des opérations.

### Exemples 4.1

(a) Supprimer les parenthèses inutiles dans le calcul suivant sans l'effectuer :

$$(-2)^2 - (4 \cdot 3^2) - (5 + 4) + 4 \cdot (-3) - (7 : 4) \cdot 2$$

(b) Effectuer  $\sqrt{6^2 + 8^2} - 15 \cdot 6 - 1^2 + 12 : 2 \cdot 3$ .

**Solution**

$$\sqrt{6^2 + 8^2} - 15 \cdot 6 - 1^2 + 12 : 2 \cdot 3 = \sqrt{100} - 90 - 1 + 6 \cdot 3 = 10 - 90 - 1 + 18 = -81 + 18 = -63$$

### Contre-exemple 4.2

Réécrire  $\sqrt{20}$  en extrayant les éventuels carrés parfaits.

### Compétence 5

Simplifier une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des entiers à au plus deux chiffres.

### Exemples 5.1

Simplifier les fractions suivantes le plus possible.

(a)  $\frac{24}{18}$

(b)  $-\frac{72}{56}$

### Contre-exemples 5.2

Simplifier les fractions suivantes le plus possible.

(a)  $\frac{187}{154}$

(b)  $\frac{6}{846}$

### Compétence 6

Additionner, soustraire, multiplier et diviser deux ou trois fractions dont les numérateurs sont des entiers à deux chiffres et les dénominateurs à un chiffre.

**Exemples 6.1**

Effectuer puis simplifier sans calculatrice.

$$(a) \frac{5}{2} + \frac{7}{3} \quad (b) \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \quad (c) \frac{21}{4} \cdot \frac{3}{7} \quad (d) \frac{15}{\frac{4}{3}} \quad (e) \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} \quad (f) \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{5}{6}}$$

**Contre-exemples 6.2**

Effectuer puis simplifier sans calculatrice.

$$(a) \frac{121}{7} + \frac{11}{42} \quad (b) \frac{7}{4} + \frac{1}{6} - 2 + \frac{6}{5}$$

**Compétence 7**

Passer de la notation fractionnaire ou avec radicaux aux exposants négatifs/rationnels et vice versa.

**Exemples 7.1**

(a) Écrire les expressions suivantes à l'aide de radicaux et de puissances entières positives.

$$(i) x^{-3} \quad (ii) 2^{\frac{1}{2}} \quad (iii) x^{\frac{5}{6}} \quad (iv) 5^{-\frac{1}{4}} \quad (v) x^{-\frac{4}{3}} \quad (vi) -x^{\frac{3}{2}}$$

(b) Écrire les expressions suivantes à l'aide d'exposants rationnels.

$$(i) \sqrt{5} \quad (ii) \sqrt[3]{a^5} \quad (iii) \frac{1}{\sqrt{23}} \quad (iv) \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} \quad (v) -\frac{1}{\sqrt{x^8}}$$

**Exemples 7.2**

Calculer les expressions suivantes sans calculatrice (résultats sans code en virgule, sans puissance et simplifiés au maximum) :

$$(a) -2^0 \quad (c) 32^{\frac{2}{5}} \quad (e) -27^{\frac{1}{3}} \quad (g) -9^{-\frac{3}{2}} \\ (b) (-3)^{-4} \quad (d) 16^{-\frac{3}{4}} \quad (f) 0^3 \quad (h) -4^{\frac{1}{2}}$$

**Compétence 8**

Utiliser les règles (au plus trois) des puissances pour simplifier une expression à exposants entiers.

**Exemples 8.1**

Simplifier le plus possible (la réponse ne contiendra plus que des puissances entières positives).

$$(a) x^4 x^{28} \quad (b) \frac{x^8}{x^5} \quad (c) \frac{x^5}{x^9} \quad (d) (-x^6)^2 \quad (e) -(x^6)^2 \quad (f) (a^8 a^2)^3$$

**Contre-exemples 8.2**

Simplifier le plus possible (la réponse ne contiendra plus que des puissances entières positives et éventuellement des radicaux).

$$(a) x^2 \cdot \sqrt[3]{x} \quad (b) \frac{\sqrt{x^3}}{x^2} \quad (c) \sqrt{\sqrt[4]{x^{16}}}$$

**Compétence 9**

Développer et réduire une expression polynomiale (à au plus trois termes) contenant au maximum un produit (produits remarquables du second degré inclus) à coefficients entiers.

**Exemples 9.1**

Développer et réduire.

(a)  $(-6x + 4)^2$

(b)  $(-3x - 5)^2$

(c)  $x^3(x + 1)$

(d)  $(5\heartsuit - 1)(\heartsuit^2 + 2\heartsuit)$

(e)  $9x^4 - (3x^2 + 4)^2$

(f)  $(x^4 - 2)(x^4 + 2)$

**Contre-exemples 9.2**

Développer et réduire.

(a)  $x^3(x + 1)(x^5 - 5x)$

(b)  $(3x^2 + 4)^3$

(c)  $(x^2 - 3x + 1)(x - 2)(x^2 - x - 5)$

*La maîtrise de la multiplication de trois polynômes n'est pas considérée comme une compétence basale.*

**Compétence 10**

Factoriser une expression polynomiale à coefficients entiers à l'aide d'une mise en évidence d'un monôme ou d'un binôme ou à l'aide d'un produit remarquable du second degré.

*La factorisation d'un trinôme du second degré n'est pas considérée comme une compétence basale.*

**Exemples 10.1**

Factoriser les expressions suivantes le plus possible.

(a)  $15x^3 + 10x$

(b)  $3x(x + 1) + 5(x + 1)$

(c)  $(x - 2)(x + 8) + (x - 2)(x - 5)$

(d)  $a^2 + 8a + 16$

(e)  $16y^2 - 9$

(f)  $36x^2 - 84x + 49$

**Contre-exemples 10.2**

Factoriser les expressions suivantes le plus possible.

(a)  $x^2 - x - 12$

(b)  $2x^2 - 8x - 10$

(c)  $(2x - 5)(4x - 7) - 3(5 - 2x)$

(d)  $x^5 - x^3 + x^2 - 1$

(e)  $x^4 - 4$

(f)  $x^3 - 16x^2 + 64x$

**Compétence 11**

Simplifier une expression littérale rationnelle à coefficients entiers et une variable à l'aide des compétences 8 et 10.

**Exemples 11.1**

Simplifier les fractions suivantes le plus possible.

(a)  $\frac{x^2+x}{x}$

(c)  $\frac{4(x+1)^2}{3(x^2-1)}$

(b)  $\frac{8x^3+6x^2}{4x^2+4x}$

(d)  $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

**Contre-exemples 11.2**

Simplifier les fractions suivantes le plus possible après avoir factorisé le numérateur et le dénominateur.

(a)  $\frac{4x^2-x-14}{x-2}$

(c)  $\frac{(x-5)^2-x+5}{10-2x}$

(b)  $\frac{3x^2+x-2}{6x^2-3x-9}$

(d)  $\frac{x^3-27}{-2x^2-6x-18}$

**Compétence 12**

Additionner, soustraire, multiplier et diviser deux expressions littérales rationnelles à coefficients entiers à l'aide des compétences 8, 10 et 11.

**Exemples 12.1**

Effectuer et exprimer le résultat sous la forme d'une seule fraction simplifiée au maximum.

(a)  $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3}$

(d)  $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x}$

(g)  $\frac{4}{x} + \frac{1-10x^2}{2x^3}$

(b)  $\frac{2}{x} - \frac{x}{2}$

(e)  $\frac{4x}{x-3} + \frac{2x-1}{2x-6}$

(h)  $\frac{x-1}{x+2} - \frac{x^2+8}{x^2-4}$

(c)  $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+3}$

(f)  $\frac{3}{x-3} - \frac{6}{3-x}$

(i)  $\frac{x+2}{x-1} + \frac{3}{x^2+6x-7}$

**Contre-exemples 12.2**

Effectuer et exprimer le résultat sous la forme d'une seule fraction simplifiée au maximum.

(a)  $\frac{x}{x+3} + \frac{4x}{x-3} + \frac{6x}{x^2-9}$

(b)  $\frac{2-x}{x^2-x-6} + \frac{x+1}{x^2+6x+8}$

(c)  $2x\sqrt{2x+1} + \frac{x^2}{\sqrt{2x+1}}$

**Compétence 13**

Résoudre une équation polynomiale du premier degré, avec ou sans paramètres, à coefficients entiers et dont les membres gauches et droits peuvent être simplifiés selon les critères de la compétence 9.

**Exemples 13.1**(a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

(i)  $3x - 4 = -2x + 1$

(ii)  $4x + 1 = 4(x + 1) - 3$

(iii)  $3(x + 2) = 3x - 5$

**Solution**

(i)  $S = \{1\}$

(ii)  $S = \mathbb{R}$

(iii)  $S = \emptyset$

(b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2a - b = 6a + c$  par rapport à

(i)  $c$

(ii)  $b$

(iii)  $a$

**Compétence 14**

Résoudre une équation polynomiale du second degré, sans paramètre, à coefficients entiers et dont les membres gauches et droits peuvent être simplifiés selon les critères de la compétence 9.

**Exemples 14.1**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

(a)  $8x^2 + 6x - 9 = 0$

(b)  $49x^2 + 1 = 14x$

(c)  $4x^2 + x = x^2 + 3x - 2$

**Solution**

(a)  $S = \{-\frac{3}{2}; \frac{3}{4}\}$

(b)  $S = \{\frac{1}{7}\}$

(c)  $S = \emptyset$

**Compétence 15**

Résoudre une équation polynomiale à coefficients entiers comprenant un seul monôme.

**Exemples 15.1**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

(a)  $x^3 = 125$

(b)  $x^6 = 64$

(c)  $x^3 + 64 = 0$

(d)  $x^6 + 100 = 0$

**Compétence 16**

Résoudre une équation rationnelle à coefficients entiers (et dont les membres gauches et droits peuvent être simplifiés selon les critères de la compétence 9) se ramenant à une équation polynomiale de premier ou du second degré sans recours à une substitution.

*La résolution d'équations nécessitant un trop grand travail de réduction pour aboutir à une équation polynomiale de premier ou du second degré et/ou une substitution n'est pas considéré comme une compétence basale.***Exemple 16.1**Résoudre  $\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$ .**Solution**L'ensemble de définition de l'équation est  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ . Dans  $\mathcal{D}$ , nous avons les équations équivalentes suivantes :

$$\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} \iff \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \iff 4 = x+2 \iff 2 = x.$$

Comme  $2 \notin \mathcal{D}$ , l'ensemble des solutions de cette équation est

$$S = \emptyset.$$

**Exemples 16.2**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

(a)  $\frac{x+1}{x} - 2 = \frac{x-1}{x}$

(b)  $\frac{12x-8}{x-4} - \frac{8}{x-2} = 6$

**Contre-exemples 16.3**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

(a)  $\frac{5}{x^2-2x} + \frac{6}{x^2-3x} = \frac{3}{x}$

(b)  $\frac{2x^4 - (x-2)(x+2)}{x^2} = \frac{8}{x^2} - 3$

**Compétence 17**

Résoudre un système régulier de deux équations linéaires.

**Contre-exemple 17.1**

Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système d'équations suivant.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + y + 3z = 14 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

**Kompetenz 18**

Lösen Terme, welche verschiedene Variablen enthalten, nach den Variablen auf, welche nur einmal auftauchen und welche freigestellt werden können, ohne dass sie ausgeklammert werden müssen.

**Beispielen 18.1**

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der angegebenen Variablen auf :

(a)  $v = at + v_0$  nach  $t$  auflösen

(b)  $g = G \cdot \frac{m}{(R+z)^2}$  nach  $m$  auflösen

(c)  $g = G \cdot \frac{m}{(R+z)^2}$  nach  $z$  auflösen

(d)  $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$  nach  $h$  auflösen

(e)  $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$  nach  $v$  auflösen

(f)  $\frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1} = \gamma V_1$  nach  $V_2$  auflösen

(g)  $\frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1} = \gamma V_1$  nach  $T_1$  auflösen

(h)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$  nach  $f$  auflösen

*Ici la solution  $f = \frac{1}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}}$  est admise.*

(i)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$  nach  $p$  auflösen

**Gegenbeispiel 18.2**

Lösen Terme, welche verschiedene Variablen enthalten, auch nach den Variablen auf, welche mehrmals auftauchen, welche jedoch mit Ausklammern freigestellt werden können :

(a)  $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$  nach  $m$  auflösen

(b)  $\frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1} = \gamma V_1$  nach  $V_1$  auflösen

## Géométrie

Cette partie passe en revue les compétences basales liées à la géométrie classique, la trigonométrie élémentaire et enfin à la notion de vecteur. Sans surprise, la différence d'approches sur les dimensions en géométrie entre sections linguistiques persiste (les alémaniques traitants simultanément les dimensions 2 et 3 alors que les romands se limitent à la dimension 2). Il a été choisi de respecter cette différence et de ne surtout pas imposer une uniformisation. Les différences majeures à relever sont les suivantes :

- La compétence suivante, découlant de la différence de sensibilités évoquée ci-dessus, ne concerne que les alémaniques.

### Kompetenz 19

Berechnen der Oberfläche und des Volumen von Kugeln, geraden und spitzen Körpern.

- Les francophones se restreindront aux vecteurs du plan alors que les germanophones traiteront les vecteurs du plan et de l'espace.
- Les francophones notent la base orthonormée standard du plan  $(\vec{i}; \vec{j})$  alors que les germanophones la notent  $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ .

On note finalement qu'au vu de leurs caractères évidents, certaines compétences ne sont pas illustrées.

### Compétence 20

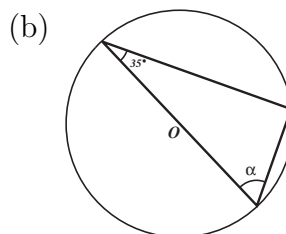
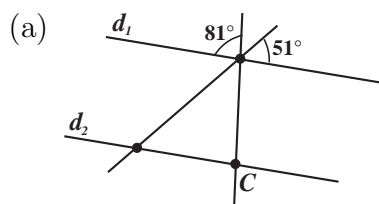
Calculer l'aire et le périmètre d'une figure composée de triangles, quadrilatères standard et/ou d'un disque.

### Compétence 21

Calculer les angles d'une figure plane en recourant aux propriétés des angles dits "alternes-internes", "opposés", "alternes-externes" ainsi qu'à la propriété de la somme des angles d'un triangle ou d'un quadrilatère et celle du demi-cercle de Thalès.

#### Exemple 21.1

Déterminer les angles  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  des triangles  $ABC$  suivants sachant que  $d_1 \parallel d_2$  :



### Compétence 22

Énoncer et appliquer les différentes égalités entre les rapports des côtés de deux triangles semblables.



**Compétence 23**

Énoncer et appliquer le théorème de Pythagore.

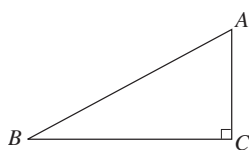
**Compétence 24**

Énoncer et appliquer les rapports trigonométriques.

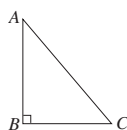
**Exemples 24.1**

Pour chacun des triangles  $ABC$  ci-dessous, préciser quel côté est l'hypoténuse, écrire les formules du théorème de PYTHAGORE et de l'aire puis exprimer  $\sin(\beta)$ ,  $\cos(\beta)$  et  $\tan(\beta)$  en fonction des côtés  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

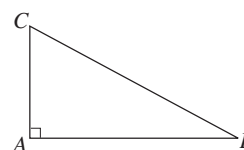
(a)



(b)



(c)

**Compétence 25**

Résoudre un triangle rectangle dont sont donnés un côté et un angle non droit ou un autre côté. Résoudre un problème conduisant *directement* à cette situation.

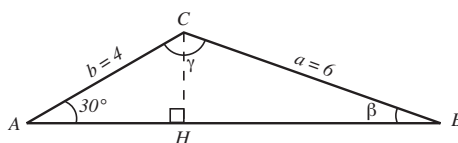
**Exemple 25.1**

Quelle est la hauteur d'un poteau vertical dont l'ombre sur un terrain horizontal mesure 4 mètres lorsque le soleil fait un angle de  $43^\circ$  avec l'horizontale ?

*La traduction du texte en schéma est considérée comme une compétence basale car un triangle rectangle apparaît immédiatement.*

**Exemple 25.2**

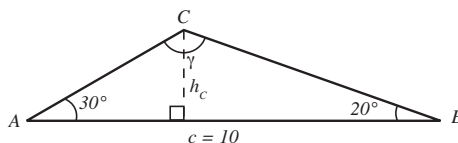
A partir des informations données dans la figure ci-dessous, résoudre le triangle  $ABC$  :



*Le fait de donner la décomposition du triangle  $ABC$  en deux triangles rectangles rend la capacité à résoudre ce problème assimilable à une compétence basale.*

**Contre-exemple 25.3**

A partir des informations données dans la figure ci-dessous, résoudre le triangle  $ABC$  :



*L'exclusion du champ des compétences basales du problème réside dans la pose et la résolution du système de deux équations à deux inconnues basé sur  $\tan(30^\circ)$  et  $\tan(20^\circ)$ .*

**Compétence 26**

Énoncer une définition de la notion de vecteur.

**Compétence 27**

Construire la somme, la différence et le multiple rationnel simple d'au maximum trois vecteurs.

**Exemples 27.1**

Construire à la règle graduée et au compas les vecteurs suivants.

(a)  $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b}$

(b)  $\vec{e} = 0.5\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$



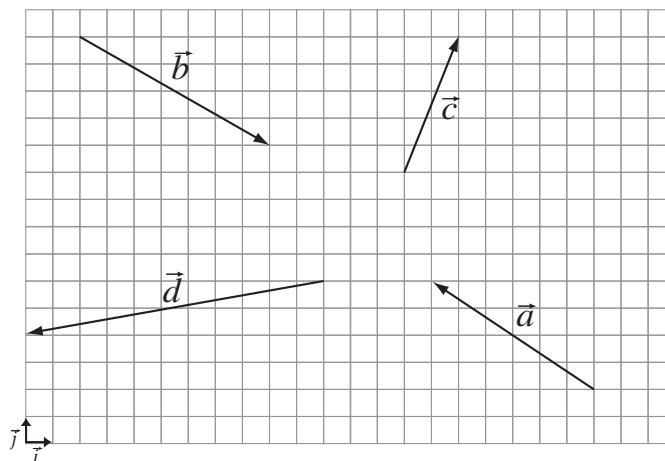
La mesure des vecteurs pour leur construction est admise.

**Compétence 28**

Associer à un vecteur ses composantes algébriques par rapport à la base orthonormée canonique et inversement. Définir et calculer la norme (longueur) d'un vecteur donné par ses composantes algébriques par rapport à cette base.

**Exemple 28.1**

Les vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  et  $\vec{d}$  sont donnés dans la base orthonormée ci-dessous. Déterminer géométriquement les composantes algébriques de ces quatre vecteurs puis calculer leur norme.

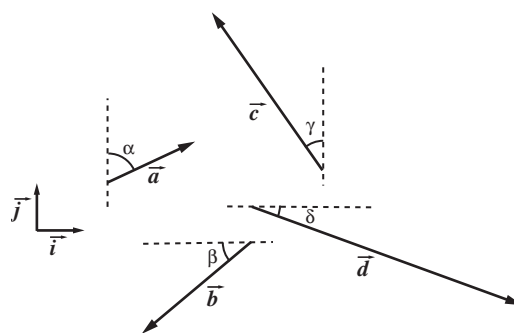
**Compétence 29**

Calculer les composantes d'un vecteur à partir de sa longueur et de sa direction.

**Exemple 29.1**

Calculer les composantes algébriques des vecteurs suivants à l'aide du croquis ci-contre et des indications données :

- (a)  $\|\vec{a}\| = 2$  et  $\alpha = 65^\circ$   
 (b)  $\|\vec{b}\| = 3$  et  $\beta = 40^\circ$   
 (c)  $\|\vec{c}\| = 4$  et  $\gamma = 55^\circ$   
 (d)  $\|\vec{d}\| = 6$  et  $\delta = 20^\circ$



Apparaissant fréquemment en physique, ce type de problème est considéré comme basal.

**Compétence 30**

Calculer la somme, la différence, le multiple d'au maximum trois vecteurs.

**Exemple 30.1**

Considérons les vecteurs  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$  du plan exprimés dans la base orthonormée  $(\vec{i}; \vec{j})$ . Calculer les composantes algébriques des vecteurs suivants :

- (a)  $\vec{f} = \vec{a} + 3(-2\vec{b} + \vec{j})$     (b)  $\vec{g} = -(\vec{f} + 4\vec{a}) - \vec{i}$     (c)  $\vec{h} = 2\vec{i} - 3(-\frac{1}{2}\vec{j} + 2\vec{a})$

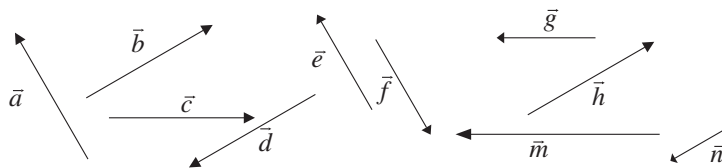
Les élèves doivent connaître les composantes de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  dans la base  $(\vec{i}; \vec{j})$ . De plus, les alémaniques utiliserons ici une formulation de l'énoncé plus synthétique.

**Compétence 31**

Comparer (graphiquement et formellement) deux vecteurs pour déterminer s'ils sont égaux, opposés ou colinéaires.

**Exemples 31.1**

- (a) On considère les vecteurs suivants.



- (i) Déterminer la norme (longueur) de chacun de ces vecteurs si une unité équivaut à un centimètre.
- (ii) Déterminer quels vecteurs sont
- égaux
  - opposés
  - colinéaires
- (b) Dans chaque cas, déterminer si les deux vecteurs proposés (par rapport la base orthonormée canonique) sont colinéaires. Si oui, donner le coefficient de colinéarité.
- (i)  $\vec{c} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix}$     (ii)  $\vec{f} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -7 \end{pmatrix}$  et  $\vec{g} = \begin{pmatrix} -\frac{6}{5} \\ \frac{21}{5} \end{pmatrix}$

**Compétence 32**

Utiliser correctement la notion de repère orthonormé du plan (Kartesisches Koordinatensystem). Déterminer les composantes algébriques du vecteur  $\vec{AB}$  à partir des coordonnées des points  $A$  et  $B$  et déterminer un des deux points si l'autre et le vecteur  $\vec{AB}$  sont connus.

**Exemple 32.1**

Considérons les points  $A(3; -8)$ ,  $B(-1; -2)$  et  $C(0; 9)$  du plan muni d'un repère orthonormé  $(O; (\vec{i}; \vec{j}))$  ainsi que les vecteurs

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

(a) Calculer les composantes algébriques des vecteurs suivants et leur norme (longueur) :

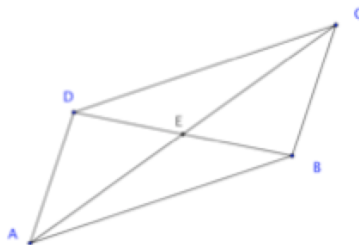
$$(i) \vec{AB} \qquad (ii) \vec{BA} \qquad (iii) \vec{BC}$$

(b) Calculer les coordonnées des points  $F$ ,  $G$  et  $H$  tels que

$$(i) \vec{a} = \vec{AF} \qquad (ii) \vec{b} = \vec{GB} \qquad (iii) \vec{\sigma} = \vec{HC}$$

**Beispiel 32.2**

Im folgenden ist ein Parallelogramm gezeichnet. Wir gehen davon aus, dass die Eckpunkte  $A$  und  $B$  und der Diagonalschnittpunkt  $E$  bekannt sind.



(a) Geben Sie mindestens eine Möglichkeit an, wie der Ortsvektor  $\vec{OD}$  berechnet werden könnte.

(b) Der Ortsvektor  $\vec{OG}$  wird wie folgt berechnet :  $\vec{OG} = \vec{OB} + \vec{AD} - \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{DB}$ .  
Zeichnen Sie den Punkt  $G$  in der Skizze ein.

## Fonctions

Cette partie passe en revue les compétences basales liées au concept de fonction numérique et aux polynômes de degré inférieur à trois. On note qu'au vu de leurs caractères évidents, certaines compétences ne sont pas illustrées.

### Compétence 33

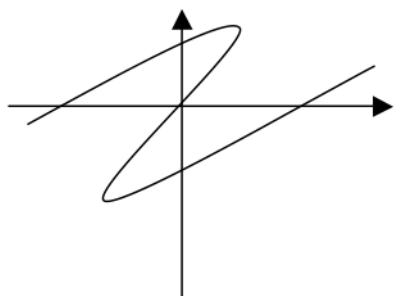
Énoncer une définition d'une fonction.

### Compétence 34

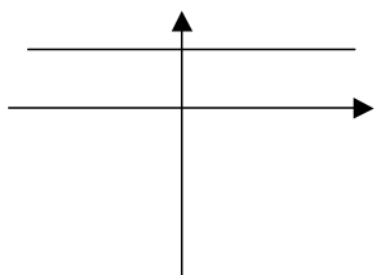
Déterminer si une courbe du plan est le graphe d'une fonction réelle.

#### Exemple 34.1

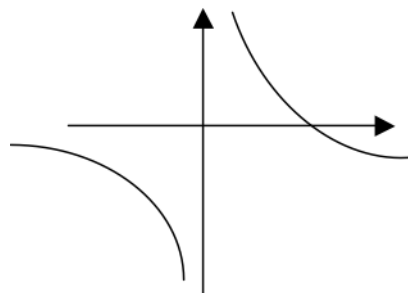
a)



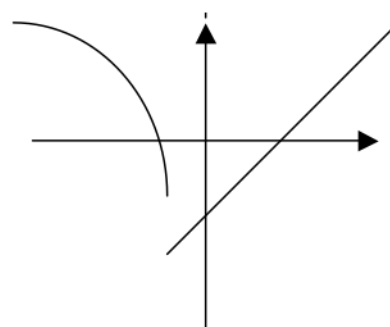
b)



c)



d)



### Compétence 35

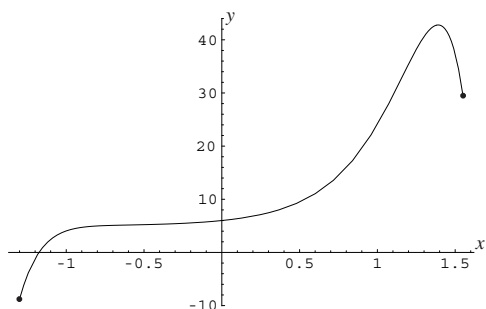
À l'aide du graphe d'une fonction, déterminer les éléments suivants :

- (a) le domaine de définition
- (b) l'ensemble des valeurs
- (c) l'ensemble des zéros
- (d) l'image d'un élément du domaine de définition
- (e) la (les) préimages d'un élément de l'ensemble d'arrivée

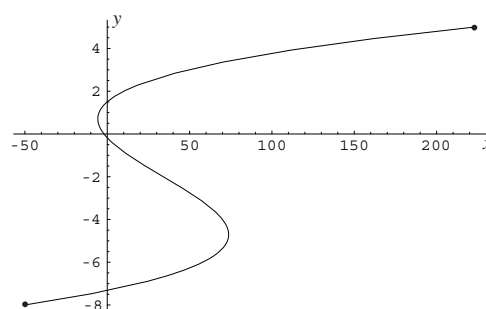
**Exemple 35.1**

Déterminer si chacune des courbes suivantes représente une fonction. Dans l'affirmative, déterminer à l'aide du graphe le domaine de définition, l'ensemble des valeurs, l'ensemble des zéros, l'image de 1 et la(les) préimage(s) de 40.

(1)



(2)

**Compétence 36**

Esquisser point par point (y compris le point d'intersection avec l'axe des ordonnées) le graphe d'une fonction d'expression et de domaine de définition donnés.

**Exemple 36.1**

Représenter le graphe de la fonction  $f$  définie par  $f : [-4; 8] \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto x^3$

**Compétence 37**

Déterminer si un point appartient au graphe d'une fonction dont l'expression et le domaine de définition sont donnés.

**Kompetenz 38**

Erkennen lineare (affine) und quadratische Funktionen an der Funktionsgleichung und am Graphen.

**Beispiel 38.1**

Welche der folgenden Funktionen sind linear (affine) oder quadratisch?

(a)  $f(x) = 2x - 5$

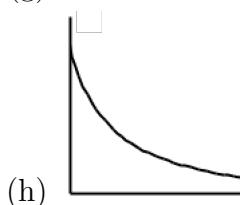
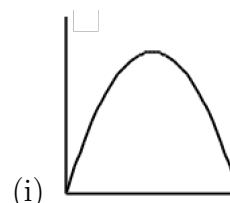
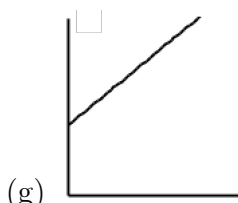
(b)  $f(x) = 2^x - 3$

(c)  $f(x) = 2x^2 - 5x + 7$

(d)  $f(x) = \frac{2}{x} + 1$

(e)  $f(x) = x^3 - x$

(f)  $f(x) = 4x - 2$



**Compétence 39**

Déterminer à l'aide de l'expression d'une fonction polynomiale de degré inférieur à 3 les éléments suivants :

- (a) le domaine de définition
- (b) l'ensemble des valeurs
- (c) l'ensemble des zéros
- (d) l'image d'un élément du domaine de définition
- (e) la (les) préimages d'un élément de l'ensemble d'arrivée
- (f) l'extremum (s'il existe)
- (g) le graphe

**Exemples 39.1**

- (a) Soit  $g$  la fonction d'équation  $y = g(x) = -2x + 3$  pour  $x \in [-4; 7]$ 
  - (i) Déterminer l'ensemble des valeurs et l'ensemble des zéros de  $g$ .
  - (ii) Calculer l'image de 1.
  - (iii) Calculer la(les) préimages de 5.
  - (iv) Calculer la(les) préimages de 23.
  - (v) Esquisser le graphe de  $g$ .
- (b) On considère la parabole d'équation  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 
  - (i) Déterminer l'ensemble des valeurs et l'ensemble des zéros de  $f$ .
  - (ii) Calculer l'image de 1.
  - (iii) Calculer la(les) préimages de 5.
  - (iv) Déterminer les éventuels points d'intersection avec le système d'axes et le sommet de la parabole.
  - (v) Esquisser le graphe de  $f$ .

**Compétence 40**

Déterminer à l'aide du graphe d'un polynôme de degré inférieur à 3 le signe du coefficient principal et du coefficient constant.

**Beispiel 40.1**

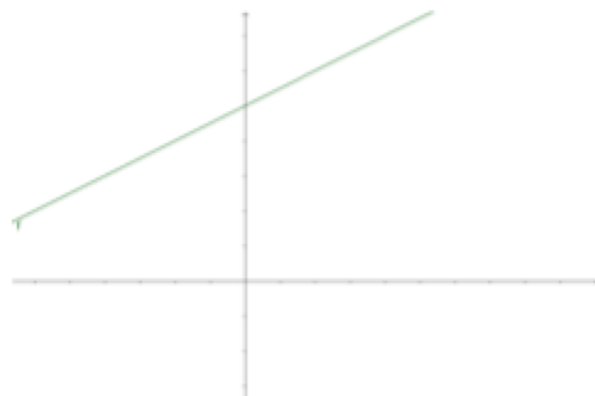
Kreuzen Sie jeweils den richtigen Funktionstyp an und bestimmen Sie, ob die Koeffizienten positiv, negativ oder null sind.

(a)

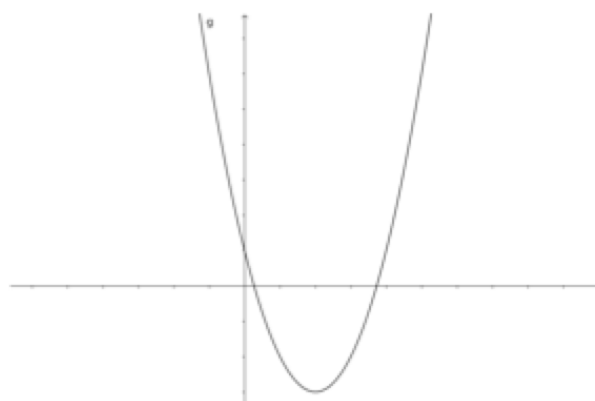
$f(x) = mx + h$

 $m \dots 0$  $h \dots 0$ 

$f(x) = ax^2 + bx + c$

 $a \dots 0$  $c \dots 0$ (b)   $f(x) = mx + h$  $m \dots 0$  $h \dots 0$ 

$f(x) = ax^2 + bx + c$

 $a \dots 0$  $c \dots 0$ **Contre-exemple 40.2**

Déterminer le signe de  $b$  dans le cadre de l'exercice 40.1.

**Compétence 41**

Retrouver l'expression algébrique d'une fonction affine à partir de caractéristiques de son graphe.

**Exemple 41.1**

Déterminer l'équation de la fonction affine  $f$  telle que

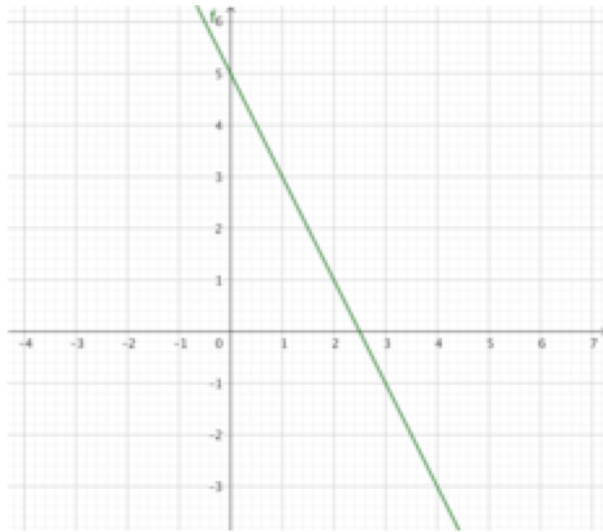
(a)  $f(0) = -1$  et la pente du graphe de  $f$  vaut  $\frac{3}{2}$ .

(b)  $f(4) = 5$  et la pente du graphe de  $f$  vaut 0.

(c) son graphe passe par  $A(1; 2)$  et  $B(1; -7)$ .



(d) le graphe de  $f$  se présente comme suit

**Compétence 42**

Déterminer graphiquement et formellement les coordonnées du (des) point(s) d'intersection de deux fonctions polynomiales de degré inférieur à 3.

**Exemples 42.1**

Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection entre les graphes de  $f$  et  $g$  si  $f(x) = x + 2$  et  $g(x) = x^2 + 2x - 4$

- (a) A l'aide des graphes de  $f$  et  $g$ .
- (b) Par calculs.

**Compétence 43**

Résoudre une inéquation du premier degré d'une manière formelle et d'une manière graphique.

**Exemples 43.1**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $5x - 7 \geq 11x + 9$

- (a) d'une manière graphique,
- (b) par calculs.